(a) Beschreiben Sie die folgenden Mengen sprachlich, wie beispielsweise in Aufgabenteil (b).

(i) $\{3n : n \in \mathbb{N}\}$

(ii) $\{k : k = n^2 \in \mathbb{N}, n>0\}$

(iii) $\{x \in N : x+7 = x-7, n \in \mathbb{N}\}$

(b) Beschreiben sie folgende Mengen intensional:

(i) Die Menge aller natürlichen Zahlen die durch 2 teilbar sind.

(ii) Die Menge aller natürlichen Zahlen die durch 2 teilbar sind, aber nicht durch 4.

(ii) Die leere Menge

(c)Gegen seine die Mengen $M := \{2,6,8\}$ und $N := \{3,6,8,11,13\}$ geben sie die Mengen in extensionaler Form an

(i) $M \cup N$

(ii) $M \setminus N$

(iii) $M \cap N$

Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen richtig und welche falsch sind.

(a) $\{1,3\} \subseteq \{1,3,\{1,2\}\}$

(b) $\{1,3\} \in \{1,3,\{1,2\}\}$

(c) $\{1,\{\}\} \subseteq \{1,3,\{\}\}$

(d) $\{\} \subseteq \{1,3,\{\emptyset\}\}$

(e) $\{\} \in \{1,3,\{\emptyset\}\}$

(a) Welche der Gleichungen stimmt, welche stimmt nicht? Zeigen sie es an Venn-Diagrammen

(i) $(M \cap N) \setminus P = (M \setminus P) \cap (N \setminus P)$

(ii) $(M \cap N) \setminus P = (M \setminus P) \cup (N \setminus P)$

Wahr oder Falsch? :

(i) $\emptyset \subseteq A$

(ii) $\emptyset \cup A = A$

(iii) $\emptyset \cap A = \emptyset$

(iv) $\emptyset \times A = \emptyset$

(v) $A \subseteq \emptyset \Rightarrow A = \emptyset$

(vi) $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}$

Aufgaben zur Ausagenlogik:

(a) Welche der folgenden Wörter gehören zur Sprache AL, welche nicht? Strenge Klammerung!

- $(V_1 \wedge \mathbf{1})$
- $(V_1 \wedge 101)$
- $(\mathbf{1} \leftrightarrow 0)$
- $(x \vee y)$
- $(\neg(V1 \wedge V2) \vee V3)$
- $\neg(V_1 \wedge V_2) \vee V_3$
- $(V_1 \rightarrow V_2)$
- $(V_1 \rightarrow V_2 \rightarrow V_3)$
- $(V_1 \leftarrow V_2)$
- $(V_1 \leftrightarrow V_2)$
- $\neg(\neg V42)$

(b) Zeigen sie anhand eines Syntaxbaumes die Korrektheit folgender Formeln.

$\phi_a := ((V_1 \leftrightarrow \mathbf{1}) \wedge (V_1 \rightarrow (V_2 \wedge \mathbf{0})))$ gilt: $\phi_a \in AL$

$\phi_b := ((V_1 \rightarrow \mathbf{1}) \wedge (0 \leftrightarrow (V_1 \vee \mathbf{0})))$ gilt: $\phi_b \in AL$

Gegeben seien die atomaren Aussagen
A: Die Braugerste war gut.
B: Das Bier ist billig.
Schreibe die folgenden Aussagen in der Aussagenlogik:

a) Die Braugerste war gut, und das Bier ist billig.

b) Die Braugerste war gut, aber das Bier ist nicht billig.

c) Die Braugerste war schlecht. und das Bier ist teuer.

d) Wenn die Braugerste schlecht ist, ist das Bier nicht billig.

e) Immer dann, wenn die Braugerste schlecht ist, ist das Bier teuer.

f) Entweder ist die Braugerste gut, oder das Bier ist billig.

g) Weder die Braugerste war gut, noch war das Bier billig.

h) Es stimmt nicht, daß die Braugerste gut war und das Bier billig ist.

A: Es ist kalt. - B: Es schneit. Übersetze in die Umgangssprache:

a) $((\neg A) \vee B)$

d) $(A \leftrightarrow B)$

c) $(A \wedge (\neg B))$

d) $((\neg A) \wedge (\neg B))$

e) $(B \rightarrow A)$

f) $((\neg(\neg A)) \rightarrow (A \vee B))$

Anja, Bernd und Claudia wollen nach Schweden fahren.
Da dort insbesondere Alkohol sehr teuer ist, wollen sie Aquavit, Bier und Cognac mitnehmen.

Wie jeder weiß,
gehört zu jedem Gläschen Aquavit ein Bierchen,
vertragen sich Bier und Cognac nicht,
und ist Cognac nicht gern allein im Magen.

Man zeige, dass sich die drei die Flasche Cognac sparen können, indem man eine Wahrheitstafel aufstellt.

A := ?

B := ?

C := ?

Es sei U = (V, E) ein ungerichteter Graph. Eine Zusammenhangskomponente von U ist ein Teilgraph $Z' = (V', E')$ von U, der folgende Eigenschaften hat:

Z' ist zusammenhängend.

$E' = \{\{x, y\} \in E \mid x, y \in V'\}$.

Für keinen Knoten $v'' \in V \setminus V'$ gibt es einen zusammenhängenden Teilgraphen $Z'' = (V' \cup \{v''\}, E'')$ von U.

a) Zeichen sie einen Graphen mit 5 Knoten, 4 Kanten und 2 Zusammenhangskomponenten.

b) Zeichen sie einen Graphen mit 5 Knoten, 2 Kanten und 4 Zusammenhangskompone

c)Wieviele Zusammenhangskomponenten hat ein ungerichteter Graph U = (V, E) mindestens und wieviele hat er höchstens?

Es sei G = (V, E) ein gerichteter Graph. Für v 2 V sei $\hat{v} \subseteq V$ die Menge aller Knoten v′
, von denen ein Pfad zu v und zu denen ein Pfad von v führt. Der zu
G gehörige Graph $\hat{G} = (\hat{V}, \hat{E})$ sei definiert durch:

$$\hat{V} = \{\hat{v} \mid v \in V\}$$
$$\hat{E} = \{(\hat{x}, \hat{y}) \mid \hat{x}, \hat{y} \in \hat{V} \wedge \hat{x} \neq \hat{y} \wedge \text{Ex } x \in \hat{x} \text{ Ex } y \in \hat{y}: (x, y) \in E\}$$

Aufgaben:
Zeichnen Sie den Graphen
H = (G7, E) mit E = f(0, 1), (1, 2), (2, 0), (1, 3),(3, 4), (3, 5), (4, 5), (5, 6), (6, 5)g.