

**Vorsemesterkurs Informatik**  
Sommersemester 2011

**Aufgabenblatt Nr. II.3**

**Aufgabe 1**

Was ist die kleinstmögliche Anzahl der Bitpositionen der Binärdarstellung einer natürlichen Zahl  $n$ ?

**Aufgabe 2**

Diese Aufgabe stammt vom griechischen Philosophen Zenon von Elea (495-435 v.Chr.). Achilles veranstaltet einen Wettlauf mit einer (ziemlich schnellen) Schildkröte. Achilles kann aber zehnmal schneller als die Schildkröte laufen. Als fairer Mann gibt er der Schildkröte einen Vorsprung von 10 Ellen (eine Elle ist eine Längeneinheit). Die Schildkröte und Achilles starten zur gleichen Zeit.

Hat Achilles die ersten 10 Ellen durchteilt, so ist die Schildkröte um eine Elle vorangekommen. Hat Achilles diese Elle zurückgelegt, beträgt der Vorsprung der Schildkröte immer noch  $1/10$  Ellen. Bringt Achilles diese Strecke hinter sich, beträgt der Vorsprung der Schildkröte noch  $1/100$  Ellen, usw. Der Vorsprung der Schildkröte wird zwar immer kleiner, aber er wird nie Null! Kann Achilles also die Schildkröte nie einholen?

An welcher Stelle, falls überhaupt, holt Achilles die Schildkröte ein?

**Aufgabe 3 (O-Notation)**

Zeige folgendes Lemma:

$f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$  seien gegeben. Dann gilt

- (a) Wenn  $\lim \frac{f(n)}{g(n)} = a$  und  $a \in \mathbb{R}$ , dann gilt  $f = O(g)$ .
- (b) Wenn  $\lim \frac{f(n)}{g(n)} = a > 0$  und  $a \in \mathbb{R}$ , dann gilt  $f = \Theta(g)$ .

**Aufgabe 4 (Konvergenz)**

Zeige: Die Folge  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}$  konvergiert.